

# PÄHKLID 2009–2010

7. klass I voor

Lahendused.

## TEST

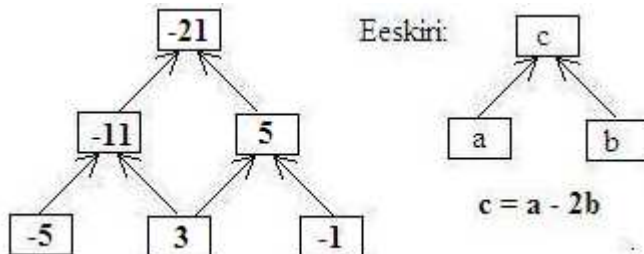
1. (2 punkti) Mitu lööki lööb seinakell 24 tunni jooksul, kui igal täistunnil vastab löökide arv kellaajale (ka õhtupoolset ajal 1 kuni 12) ning igal pooltunnil on löökide arv 1?

**Vastus.** Arvutame löökide arvu poole ööpäeva jooksul. Täistundidel lööb seinakell kokku  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 6 \cdot 13 = 78$  lööki.

Lisaks lööb seinakell igal pooltunnil 1 löögi. Lisaks täistunnil löödud löökidele on veel 12 lööki. Poole ööpäevaga lööb kell  $78 + 12 = 90$  lööki.

Ööpäevas lööb kell  $2 \cdot 90 = 180$  lööki.

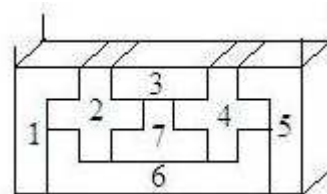
2. (2 punkti) Kirjuta arvud püramiidi tühjadesse kastidesse, arvestades paremal pool olevat eeskirja.



3. (2 punkti) Suvalisest neljakohalisest arvust lahutatakse arv, mis koosneb samadest numbritest, kuid vastupidises järjekorras. Milliste ühiste arvudega alati jaguvad kõik sellised vahed?

**Vastus.** Need vahed jaguvad alati arvudega 3 ja 9.

4. (2 punkti) Millises järjekorras on võimalik nummerdatud klotsid karpi panna?



**Vastus.** Parim võtmise järjekord on klotsid 6, 7, 2 ja 4 või vastupidi, 1 ja 5 või vastupidi, 3.

5. (1 punkt) Kirjuta vähim naturaalarv, mis on suurem kui arv 400 ja on mingi täisarvu ruut.

**Vastus.** 441, sest  $21^2 = 21 \cdot 21 = 441$ .

## ÜLESANDED

1. (5 punkti) Kahes liitris sõstramahas on 15% suhkrut. Kolmes liitris õunamahas on 10% suhkrut. Kui suur on suhkruisaldus mahlas, mille saame need kaks mahla segades?

**Lahendus.** Kahes liitris sõstramahas on suhkrut 15% 2 liitrist, mis on  $\frac{2 \cdot 15}{100} = \frac{30}{100} = 0,3$  liitrit.

Kolmes liitris õunamahas on suhkrut 10% 3 liitrist, mis on  $\frac{3 \cdot 10}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$  liitrit.

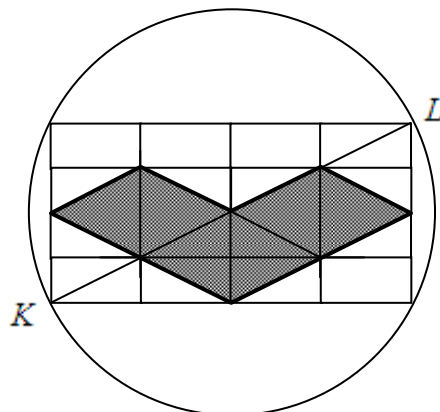
Kui mahlad kokku segada, siis saame mahla  $2 + 3 = 5$  liitrit, milles on suhkrut kokku  $0,3 + 0,3 = 0,6$  liitrit.

Kokkusegatud mahlas moodustab suhkur kogu mahlast  $\frac{0,6 \cdot 100\%}{5} = \frac{60}{5}\% = 12\%$ .

2. (5 punkti) Mitu korda tuleks kirjutada numbrit 5, kui tahetakse kirjutada kõik naturaalarvud alates arvust 1 ja lõpetades arvuga 1000?

**Lahendus.** Ühes sajas tuleb kirjutada üheliste kohale 10 viit ja kümneliste kohale samuti 10 viit. Sellega ühes sajas tuleb üheliste ja kümneliste kohale kirjutada kokku  $10 + 10 = 20$  numbrit 5. Ühes tuhandes on 10 sajalist, siis üheliste ja kümneliste kohale tuleb kokku kirjutada  $10 \cdot 20 = 200$  viit. Sajaliste kohale tuleb kirjutada samuti 100 viit, need on arvud 500-st kuni 599-ni.

Küikide arvude kirjutamiseks ühest tuhaneni on tarvis kirjutada numbrit viis  $200 + 100 = 300$  korda.



3. (5 punkti) Ringi diameetri  $KL$  pikkus on 20 cm. Leia tumedaks

värvitud kujundi ümbermõõt, kui kõik väikesed riskülikud ringi sees on võrdsed.

**Lahendus.** Kujundi küljed on moodustatud väikeste riskülikute diagonaalidest, mida on arvuliselt 8. On tarvis leida väikese risküliku diagonaali pikkus.

Ringi diameeter koosneb neljast diagonaalist. Kui ringi diameeter on 20 cm, siis väikese diagonaali pikkus on  $20 : 4 = 5$  cm.

Kujundi ümbermõõt on  $8 \cdot 5 = 40$  cm.

4. (5 punkti) Võistkonnad A, B, C, D ja E osalesid teatevõistluses. Enne võistlust ennustasid võistkondade poolehoidjad järgmisi tulemusi: 1) Võistkond E saavutab esimese ja võistkond B teise koha; 2) võistkond A saavutab teise ja võistkond D neljanda koha; 3) võistkond C saavutab kolmanda ja võistkond E viienda koha; 4) võistkond C saavutab esimese ja võistkond D neljanda koha; 5) võistkond A saavutab teise ja võistkond C kolmanda koha.

Iga ennustuse üks pooltest oli õige ja teine pooltest vale. Millise koha saavutas iga võistkond?

**Lahendus.** Teeme tabeli ja täidame selle vastavalt üllesande tingimustele. Õige vastuse märgima plussmärgiga ja vale vastuse miinusmärgiga.

Esimesest väitest arvestame õigeks, et võistkond E saavutas esimese koha ja valeks, et võistkond B saavutas teise koha. Kui võistkond E saavuts esimese koha, siis teisi võiskondi ei saa enam esimesele kohale märkida ja tabelisse kanname nendele kohtadele miinusmärgi. Samuti kanname tabelisse miinusmärgid kohtadele, mida ei saa võistkond E saavutada. Need on 2., 3., 4. ja 5. koht. Sellisel juhul on tabeli seis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–				
Võistkond B	–	–			
Võistkond C	–				
Võistkond D	–				
Võistkond E	+	–	–	–	–

Teisest väitest arvestame õigeks, et võistkond A saavutas teise koha ja valeks, et võistkond D sai neljanda koha. Kui võistkond A saavutas teise koha, siis teist kohta ei saa enam saada võiskonnad C ja D. Samuti võistkond A ei saa olla kolmas, neljas ega viies. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	+	–	–	–
Võistkond B	–	–			
Võistkond C	–	–			
Võistkond D	–	–		–	
Võistkond E	+	–	–	–	–

Kolmandas väites arvestame õigeks, et võistkond C saavutas kolmanda koha ja valeks, et võistkond E viienda koha. Muud valikut ei saagi olla, sest võistkond E on juba esimesel kohal. Kui võistkond C oli kolmas, siis võistkonnad B ja D ei saa olla kolmandad. Samuti võistkond C ei saa olla neljas ega viies. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	+	–	–	–
Võistkond B	–	–	–		
Võistkond C	–	–	+	–	–
Võistkond D	–	–	–	–	
Võistkond E	+	–	–	–	–

Saadud tabelis on tühjad kohad. Sellisest tabeli seisust selgub, et võistkond B saavutas 4. koha ja võistkond D saavutas 5. koha. Tabel oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	+	–	–	–
Võistkond B	–	–	–	+	–
Võistkond C	–	–	+	–	–
Võistkond D	–	–	–	–	+
Võistkond E	+	–	–	–	–

Neljandas väites on öeldud, et võistkond C saavutas esimese koha, mis on vale (on kolmas) ja võistkond D neljanda koha, mis on samuti vale (on viies). Sellega oleme saanud vastuolu, sest väite mõlemad osad on valed.

Läheme tagasi teise väite juurde. Teisest väitest arvestame valeks, et võistkond A saavutas teise koha ja õigeks, et võistkond D sai neljanda koha. Kui võistkond D saavutas neljanda koha, siis neljandat kohta ei saa enam võiskonnad A, B ja C. Samuti võistkond D ei saa olla teine, kolmas ega viies. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	–		–	
Võistkond B	–	–		–	
Võistkond C	–			–	
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	+	–	–	–	–

Saadud tabelist näeme, et võistkond C peab olema kolmas (2. koha veerus sellel kohal tühi koht). Sellega võistkond C ei saa olla kolmas või viies. Tabeli seis on siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	–		–	
Võistkond B	–	–		–	
Võistkond C	–	+	–	–	–
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	+	–	–	–	–

Kolmas väide ütleb, et võistkond C saavutab kolmanda ja võistkond E viienda koha. Eelnevast tabelist näeme, et võistkond C saavutas kolmanda koha on õige ja võistkond E viienda koha on vale. Vastab ülesande tingimustele.

Neljäs väide ütleb, et võistkond C saavutab esimese ja võistkond D neljanda koha. Eelnevast tabelist näeme, et võistkond C saavutas esimese koha on vale ja võistkond D neljanda koha on õige. Vastab ülesande tingimustele.

Viies väide ütleb, et võistkond A saavutab teise ja võistkond C kolmanda koha. Eelnevast tabelist näeme, et võistkond A saavutas teise koha on vale ja võistkond C kolmanda koha on vale. See on ülesande tingimustega vastuolus, sest väite mõlemad osad on valed.

Läheme tagasi esimese väite juurde. Esimesest väitest arvestame valeks, et võistkond E saavutas esimese koha ja õigeks, et võistkond B saavutas teise koha. Kui võistkond B saavuts teise koha, siis teisi võiskondi ei saa enam teisele kohale märkida ja tabelisse kanname nendele kohtadele miinusmärgi. Samuti kanname tabelisse miinusmärgid kohtadele, mida ei saa võistkond B saavutada. Need on 1., 3., 4. ja 5. koht. Sellisel juhul on tabeli seis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A		–			
Võistkond B	–	+	–	–	–
Võistkond C		–			
Võistkond D		–			
Võistkond E	–	–			

Teisest väitest arvestame valeks, et võistkond A saavutas teise koha (teisel kohal on juba võistkond B) ja õigeks, et võistkond D sai neljanda koha. Kui võistkond D saavutas neljanda koha, siis neljandat kohta ei saa enam saada võiskonnad A, C ja E. Samuti võistkond D ei saa olla esimene, kolmas, ega viies. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A		–		–	
Võistkond B	–	+	–	–	–
Võistkond C		–		–	
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	–	–		–	

Kolmandas väites arvestame õigeks, et võistkond C saavutas kolmanda koha ja valeks, et võistkond E viienda koha. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A		–	–	–	
Võistkond B	–	+	–	–	–
Võistkond C		–	+	–	
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	–	–	–	–	–

Saadud tabelis tekkis vastuolu, sest võistkonna E kohal on kõik miinused. See ei ole võimalik, et võistkond E ei saa mingit kohta.

Võtame uuesti kolmanda väite. Kolmandas väites arvestame valeks, et võistkond C saavutas kolmanda koha ja õigeks, et võistkond E viienda koha. Tabeli seis oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A		–		–	–
Võistkond B	–	+	–	–	–
Võistkond C		–	–	–	–
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	–	–	–	–	+

Saadud tabeli järgi saame otsustada, et võistkond A saavutas kolmanda koha ja võistkond C esimese koha. Tabel oleks siis järgmine.

	1. koht	2. koht	3. koht	4. koht	5. koht
Võistkond A	–	–	+	–	–
Võistkond B	–	+	–	–	–
Võistkond C	+	–	–	–	–
Võistkond D	–	–	–	+	–
Võistkond E	–	–	–	–	+

Neljas väide ütleb, et võistkond C saavutab esimese ja võistkond D neljanda koha. Eelnevast tabelist näeme, et võistkond C saavutas esimese koha on õige ja võistkond D neljanda koha on õige. See on ülesande tingimustega vastuolus, sest väite mõlemad osad on õiged.

**Vastus. Ülesanne on vastuoluline ja lahend puudub.**

**NB!** Tegelikult oli ülesandes viga. Ülesande õige tekst on järgmine.

Võistkonnad A, B, C, D ja E osalesid teatevõistluses. Enne võistlust ennustasid võistkondade poolehoidjad järgmisi tulemusi: 1) Võistkond E saavutab esimese ja võistkond B kolmanda koha; 2) võistkond A saavutab teise ja võistkond D neljanda koha; 3) võistkond C saavutab kolmanda ja võistkond E viienda koha; 4) võistkond C saavutab esimese ja võistkond D neljanda koha; 5) võistkond A saavutab teise ja võistkond C kolmanda koha.

Iga ennustuse üks pooltest oli õige ja teine pooltest vale. Millise koha saavutas iga võistkond?

Vastus. esimese koha sai võistkond E, teise koha võistkond B, kolmanda koha võistkond C, neljanda koha võistkond D ja viienda koha võistkond A.

**5.** (5 punkti) Põhjenda (tõesta), et kolme suvalise naturaalarvu hulgas leidub kaks arvu, millede summa jagub arvuga 2.

**Lahendus.** Esiteks teeme selgeks järgmised seaduspärasused.

1) Kahe paarisarvu summa on alati paarisarv.                      2) Kahe paaritu arvu summa on alati paarisarv.

3) Iga paarisarv jagub arvuga 2.

Kolmest suvalisest arvust võivad olla

1) kõik paaritud arvud. Siis nende arvude hulgas on ka kaks paaritud arvu, millede summa on paarisarv, mis jagub 2-ga.

2) kõik paarisarvud paarisarvud. Siis nende arvude hulgas kaks paarisarvu, millede summa on paarisarv, mis jagub 2-ga.

3) kaks paaritud arvud ja üks paarisarv. Siis nende arvude hulgas olevate paaritute arvude summa on paarisarv, mis jagub 2-ga,

4) kaks paarisarvu ja üks paaritu arv. Siis nende arvude hulgas olevate paarisarvude summa on paarisarv, mis jagub 2-ga.

Rohkem võimalusi ei ole.

Sellega kolme suvalise naturaalarvu hulgas leidub alati kaks arvu, millede summa jagub arvuga 2.